Wektor przyspieszenia w ruchu prostoliniowym

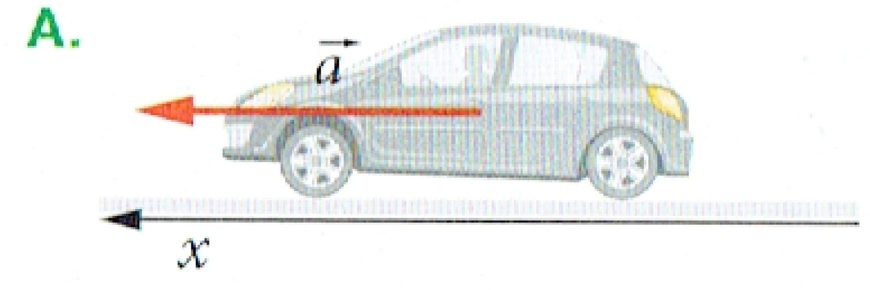
Przyspieszenie, podobnie jak prędkość, jest **wielkością wektorową**. W ruchu prostoliniowym jego wektorowy charakter jest łatwy do opisania.

W ruchu prostoliniowym **kierunek wektora przyspieszenia** zgadza się z kierunkiem prostej, po której porusza się ciało.

Jeśli prędkość się zwiększa, wektor przyspieszenia zwrócony jest w stronę, w którą ciało się porusza (rys. A). Jeśli prędkość się zmniejsza, wektor przyspieszenia zwrócony jest w przeciwną stronę (rys. B).

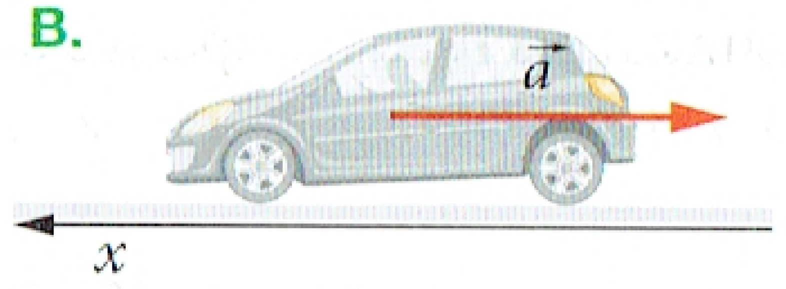
Ruch przyspieszony – rozpędzanie

A.



Ruch opóźniony – hamowanie

B.



Ze wzoru z poprzedniej strony wynika, że wartość przyspieszenia może być także ujemna, np. $-5\ \frac{m}{s^2}$. Wartość bezwzględna tego wyniku, czyli $5\ \frac{m}{s^2}$, to wartość wektora przyspieszenia. Znak minus informuje nas, że zwrot wektora przyspieszenia jest przeciwny do zwrotu osi x, czyli do zwrotu osi liczbowej służącej do określenia położenia ciała.

Przykład 2

Wyznaczanie przyspieszenia dla hamującego ciała

Motocyklista zmniejszył prędkość pojazdu z $30\ \frac{m}{s}$ do $20\ \frac{m}{s}$ w czasie 40 s. Jego przyspieszenie było stałe. Oblicz wartość przyspieszenia. Sporządź wykres zależności prędkości od czasu.

Dane:

$v_p = 30\ \frac{m}{s}$

$v_k = 20\ \frac{m}{s}$

$t = 40\ s$

Szukane:

$a = ?$

wykres $v(t)$

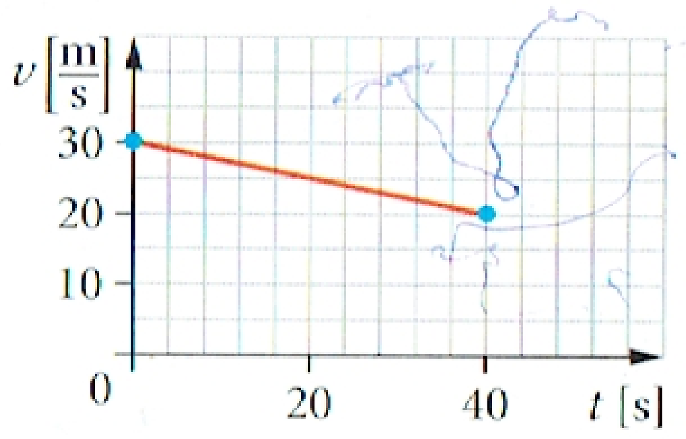
Rozwiązanie: Korzystamy ze wzoru na przyspieszenie:

$$a = \frac{v_k - v_p}{t}$$

Podstawiamy dane liczbowe i otrzymujemy:

$$a = \frac{20\ \frac{m}{s} - 30\ \frac{m}{s}}{40\ s} = \frac{-10\ \frac{m}{s}}{40\ s} = -0{,}25\ \frac{m}{s^2}$$

Uwaga. Znak minus informuje nas tylko o zwrocie przyspieszenia, natomiast wartość jest równa $0{,}25\ \frac{m}{s^2}$.



Wykresy $v(t)$ tworzymy jak w przykładzie 1. Zaznaczamy na rysunku dane i prowadzimy linię prostą.

Odpowiedź: Przyspieszenie hamującego motocyklisty ma wartość $0{,}25\ \frac{m}{s^2}$.

Obliczanie drogi na podstawie wykresu zależności prędkości od czasu

Umiesz już obliczać drogę przebytą przez ciało poruszające się ze stałą prędkością. Co jednak zrobić w przypadku, gdy prędkość się zmienia? Okazuje się, że można wykorzystać do tego wykres zależności **prędkości od czasu**.

Droga przebyta przez ciało jest równa polu powierzchni figury pod wykresem zależności prędkości od czasu $v(t)$.

Przedstawimy tę metodę na przykładzie wykresu z przykładu 2., opisującego zmiany prędkości hamującego motocyklisty (rys. A obok). Obszar pod wykresem (zacieniowany na rysunku) ma kształt trapezu o dłuższej podstawie 30, krótszej podstawie 20 oraz wysokości 40 (rys. B).

Jego pole jest więc równe:

$$P = \frac{1}{2}(30 + 20) \cdot 40 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 40 = 1000$$

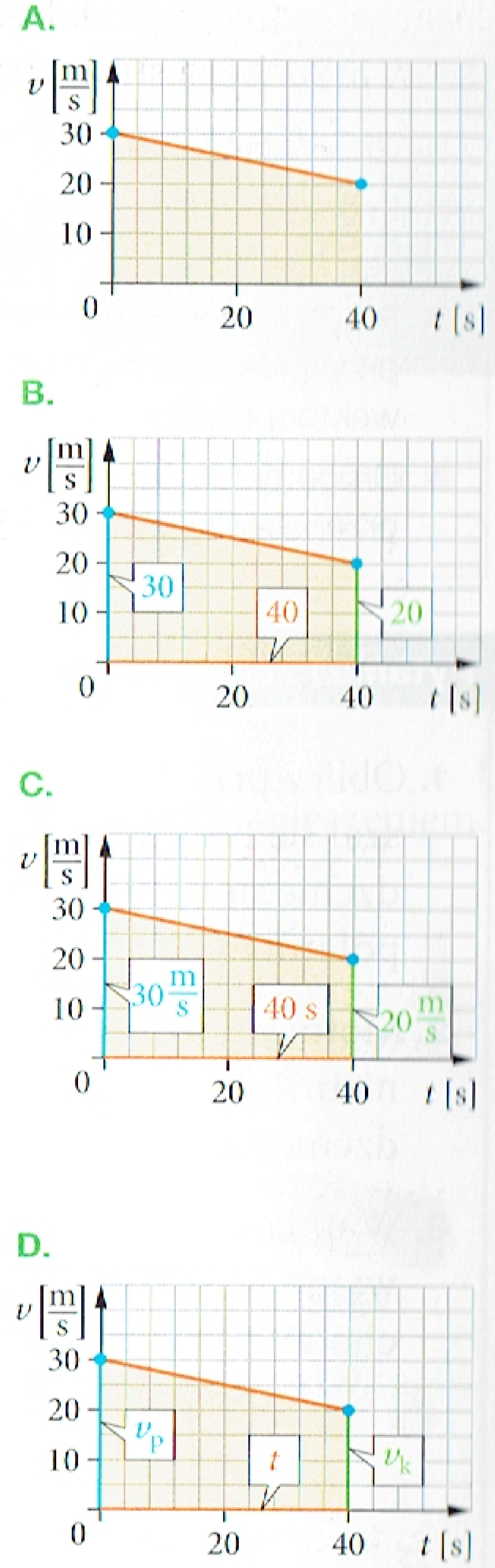
Zgodnie z zasadą podaną wyżej ta wielkość jest równa drodze przebytej przez motocyklistę.

Ale co z jednostkami? Czy pole figury nie powinno być wyrażone w centymetrach kwadratowych? Otóż nie, bo nie obliczamy pola powierzchni rysunku na kartce, które zmieni się, gdy np. przerysujemy go do zeszytu. Interesuje nas pole w układzie współrzędnych, w którym na jednej osi zaznaczamy czas w sekundach, a na drugiej – prędkość w metrach na sekundę (rys. C).

Gdy uwzględnimy to w obliczeniach, okaże się (na szczęście!), że otrzymaliśmy drogę w metrach:

$$s = \frac{1}{2}\left(30\ \frac{m}{s} + 20\ \frac{m}{s}\right) \cdot 40\ s = 1000\ m$$

Podobnie możemy postępować z innymi wykresami $v(t)$.



▲ A–D. Wykresy zależności prędkości od czasu opisane w tekście

Jak obliczyć drogę, gdy nie ma wykresu

Obliczanie drogi możemy zacząć od narysowania wykresu $v(t)$. Możemy też skorzystać z ogólnego wzoru, który łatwo otrzymamy na podstawie rysunku. Długości podstaw naszego trapezu to prędkość początkowa v_p i prędkość końcowa v_k, natomiast jego wysokość odpowiada czasowi ruchu t (rys. D). Możemy napisać:

$$s = \frac{1}{2}(v_p + v_k)\,t$$

Zauważ, że wyrażenie $\frac{1}{2}(v_p + v_k)$ to po prostu średnia arytmetyczna prędkości na początku i na końcu ruchu.

W przypadku gdy ciało zaczyna ruch od zerowej prędkości, nasz wzór przyjmuje prostszą postać $s = \frac{1}{2} v_k t$.

Wzór na pole trapezu o podstawach a, b i wysokości h:

$P = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$